



REPUBLIK INDONESIA
KEMENTERIAN HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA

SURAT PENCATATAN CIPTAAN

Dalam rangka perlindungan ciptaan di bidang ilmu pengetahuan, seni dan sastra berdasarkan Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta, dengan ini menerangkan:

Nomor dan tanggal permohonan : EC00201943129, 18 Juni 2019

Pencipta

Nama : **Widha Nur Shanti, S.Pd.Si., M.Pd., Dyahsih Alin Sholihah, S.Pd., M.Pd., , dkk**
Alamat : Nglebeng, RT/RW 001/000, Kel/Desa Tamanan, Kec. Banguntapan, Kab. Bantul, D.I. Yogyakarta , Bantul, Di Yogyakarta, 55191
Kewarganegaraan : Indonesia

Pemegang Hak Cipta

Nama : **Widha Nur Shanti, S.Pd.Si., M.Pd., Dyahsih Alin Sholihah, S.Pd., M.Pd., , dkk**
Alamat : Nglebeng, RT/RW 001/000, Kel/Desa Tamanan, Kec. Banguntapan, Kab. Bantul, D.I. Yogyakarta , Bantul, 22, 55191
Kewarganegaraan : Indonesia
Jenis Ciptaan : **Buku**
Judul Ciptaan : **RPP Dan LKS Pendekatan Problem Posing Matematika Peminatan Materi Vektor Untuk SMA Kelas X**
Tanggal dan tempat diumumkan untuk pertama kali di wilayah Indonesia atau di luar wilayah Indonesia : 1 Mei 2019, di Yogyakarta
Jangka waktu perlindungan : Berlaku selama hidup Pencipta dan terus berlangsung selama 70 (tujuh puluh) tahun setelah Pencipta meninggal dunia, terhitung mulai tanggal 1 Januari tahun berikutnya.
Nomor pencatatan : 000144037

adalah benar berdasarkan keterangan yang diberikan oleh Pemohon.

Surat Pencatatan Hak Cipta atau produk Hak terkait ini sesuai dengan Pasal 72 Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta.

a.n. MENTERI HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA
DIREKTUR JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL



Dr. Freddy Harris, S.H., LL.M., ACCS.
NIP. 196611181994031001

LAMPIRAN PENCIPTA

No	Nama	Alamat
1	Widha Nur Shanti, S.Pd.Si., M.Pd.	Nglebeng, RT/RW 001/000, Kel/Desa Tamanan, Kec. Banguntapan, Kab. Bantul, D.I. Yogyakarta
2	Dyahsih Alin Sholihah, S.Pd., M.Pd.	Sumoroto, RT/RW 050/022, Kel/Desa Sidoharjo, Kec. Samigaluh, Kab. Kulon Progo, D.I. Yogyakarta
3	Ahmad Anis Abdullah, S.Si., M.Sc.	Bawuran 2, RT/RW 006/008, Kel/Desa Bawuran, Kec. Pleret, Kab. Bantul, D.I. Yogyakarta

LAMPIRAN PEMEGANG

No	Nama	Alamat
1	Widha Nur Shanti, S.Pd.Si., M.Pd.	Nglebeng, RT/RW 001/000, Kel/Desa Tamanan, Kec. Banguntapan, Kab. Bantul, D.I. Yogyakarta
2	Dyahsih Alin Sholihah, S.Pd., M.Pd.	Sumoroto, RT/RW 050/022, Kel/Desa Sidoharjo, Kec. Samigaluh, Kab. Kulon Progo, D.I. Yogyakarta
3	Ahmad Anis Abdullah, S.Si., M.Sc.	Bawuran 2, RT/RW 006/008, Kel/Desa Bawuran, Kec. Pleret, Kab. Bantul, D.I. Yogyakarta



Deskripsi Buku

- Judul Buku : RPP dan LKS Pendekatan *Problem Posing* Matematika Peminatan Materi Vektor untuk SMA Kelas X
- Jenis Buku : Pendidikan
- Penulis : (1) Widha Nur Shanti, S.Pd.Si., M.Pd.
(2) Dyahsih Alin Sholihah, S.Pd., M.Pd.
(3) Ahmad Anis Abdullah, S.Si., M.Sc.
- No. HP/WA Penulis : (1) 081327278001
(2) 081904086300
(3) 087838910912
- Alamat e-mail : (1) widhanurshanti@gmail.com
(2) dyahsih.alins@gmail.com
(3) anis02108882@gmail.com
- ISBN : -
- Penerbit : -
- Tahun Publikasi : -
- Deskripsi Isi Buku : Buku ini berisi tentang perangkat pembelajaran berupa Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) yang disertai ilustrasi penjelas berupa gambar dan foto, untuk siswa SMA kelas X matematika peminatan pada materi Vektor.
- Buku ini dibagi dalam beberapa bagian, yaitu (1) halaman muka yang berisi halaman sampul; kata pengantar; daftar isi; (2) halaman isi yang berisi tentang perangkat pembelajaran matematika berupa RPP dan LKS; dan (3) halaman akhir yang berisi daftar pustaka. Dalam buku ini, RPP dan LKS dikembangkan menggunakan Pendekatan *Problem Posing*.

Pendekatan
Problem
Posing

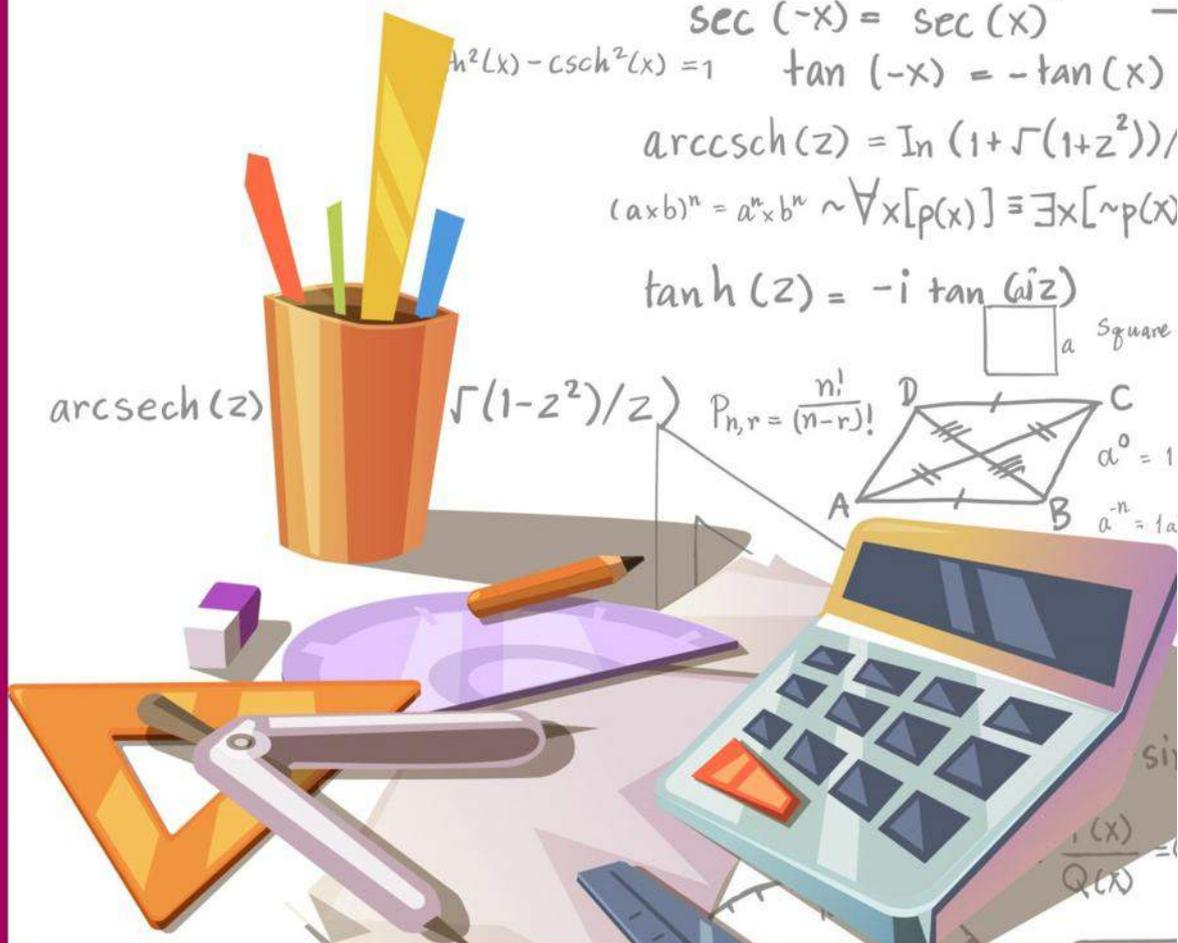
RPP & LKS

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran dan Lembar Kegiatan Siswa

MATEMATIKA

Materi
Vector

Peminatan



UNTUK
SMA
Kelas X

Widha Nur Shanti, M.Pd.
Dyahsih Alin Sholihah, M.Pd.
Ahmad Anis Abdullah, M.Sc.

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP) DAN LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS)

Pendekatan *Problem Posing*

Matematika Peminatan

Materi Vektor

Untuk SMA Kelas X

Penyusun:

Widha Nur Shanti, M.Pd.

Dyahsih Alin Sholihah, M.Pd.

Ahmad Anis Abdullah, M.Sc.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadiran Allah SWT yang senantiasa telah memberikan rahmat dan karuniaNya sehingga Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) Matematika Peminatan untuk Materi Vektor ini dapat terselesaikan.

RPP ini kami susun sebagai rencana dalam melaksanakan pembelajaran matematika peminatan kelas X SMA pada materi Vektor. LKS kami susun sebagai bahan ajar dalam pembelajaran matematika peminatan kelas X SMA pada materi Vektor. RPP dan LKS ini disusun dengan mengacu pada langkah-langkah pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *Problem Posing*. Pendekatan *problem posing* merupakan suatu konsep belajar dimana siswa dituntut untuk mengajukan pertanyaan dari situasi yang diberikan. Situasi yang diberikan bisa berupa gambar, teorema, soal, dan lain sebagainya. Pembelajaran yang seperti ini dapat melatih siswa belajar kreatif serta meningkatkan keterampilan berpikir kritis siswa.

Kami ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah ikut serta terlibat dalam penyelesaian RPP dan LKS ini. Akhirnya tiada sesuatu yang sempurna di dunia ini, oleh karena itu koreksi dan saran yang membangun dalam rangka sempurnanya RPP dan LKS ini sangat diharapkan.

Yogyakarta, Mei 2019

Penyusun,

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)	
Kompetensi Inti, Kompetensi Dasar, dan Indikator Pencapaian Kompetensi	1
Tujuan Pembelajaran	2
Materi Pembelajaran	2
Pendekatan Pembelajaran	3
Metode Pembelajaran	3
Media Pembelajaran	3
Langkah-langkah Pembelajaran	
Pertemuan 1	3
Pertemuan 2.....	5
Pertemuan 3	6
Pertemuan 4	8
Pertemuan 5	10
Pertemuan 6	12
Penilaian Hasil Belajar	14
LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS)	
LKS 1	24
LKS 2	30
LKS 3	34
LKS 4	40
LKS 5	44
LKS 6	49
DAFTAR PUSTAKA	iv

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**

Satuan Pendidikan : SMA
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : X Peminatan MIPA/Genap
Alokasi Waktu : 12 x 45 menit (6 pertemuan)

A. Kompetensi Inti, Kompetensi Dasar, dan Indikator Pencapaian Kompetensi

KI SPIRITUAL (KI 1) DAN KI SOSIAL (KI 2)	
<p>Rumusan Kompetensi Sikap Spritual adalah “Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya”. Rumusan Kompetensi Sikap Sosial adalah “Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi, atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.”</p>	
KI PENGETAHUAN (KI 3)	KI KETERAMPILAN (KI 4)
<p>KI-3: Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah</p>	<p>KI-4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan</p>
KOMPETENSI DASAR DARI KI 3	KOMPETENSI DASAR DARI KI 4
<p>3.2 Menjelaskan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga.</p>	<p>4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga.</p>
INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI (IPK)	
KI PENGETAHUAN (KI 3)	KI KETERAMPILAN (KI 4)
<p>3.2.1 Menjelaskan vektor sebagai besaran yang memiliki besar dan arah. 3.2.2 Menjelaskan operasi penjumlahan dan pengurangan dua vektor. 3.2.3 Menjelaskan perkalian sklar dan vektor. 3.2.4 Menjelaskan sifat-sifat operasi penjumlahan,</p>	<p>4.2.1 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi vektor. 4.2.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan panjang vektor</p>

<p>pengurangan dan perkalian skalar dengan vektor secara aljabar dan geometri.</p> <p>3.2.5 Menjelaskan panjang vektor dan vektor satuan</p> <p>3.2.6 Menjelaskan perkalian skalar dua vektor</p> <p>3.2.7 Menjelaskan sifat-sifat perkalian skalar dua vektor.</p> <p>3.2.8 Mengidentifikasi sudut antara dua vektor berdasarkan hasil kali skalar dua vektor</p> <p>3.2.9. Menentukan besar sudut antara dua vektor</p> <p>3.2.10 Menjelaskan pembagian ruas garis dengan vector</p> <p>3.2.11 Menentukan panjang proyeksi dari suatu vektor terhadap vektor lain.</p> <p>3.2.12 Menentukan vektor proyeksi dari suatu vektor terhadap vektor lain.</p>	<p>4.2.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sudut antara dua vektor</p>
---	--

B. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *problem posing*, siswa diharapkan mampu:

Pertemuan ke-1

1. Menentukan panjang vektor

Pertemuan ke-2

2. Menentukan hasil penjumlahan dan pengurangan vektor dengan cara segitiga

Pertemuan ke-3

3. Menentukan hasil penjumlahan dan pengurangan vektor dengan cara jajargenjang

Pertemuan ke-4

4. Menentukan hasil perkalian skalar dengan vektor

Pertemuan ke-5

5. Menentukan operasi hitung vektor
6. Menentukan hasil perkalian skalar dua vektor

Pertemuan ke-6

7. Menentukan besar sudut antar vektor

C. Materi Pembelajaran

1. Panjang vektor
2. Penjumlahan dan pengurangan vektor
3. Perkalian skalar dengan vektor
4. Sifat operasi hitung vektor
5. Perkalian skalar dua vektor
6. Sudut antar vektor

D. Pendekatan Pembelajaran

Pendekatan *problem posing*

E. Metode Pembelajaran

Metode pembelajaran diskusi

F. Media Pembelajaran

LKS (Lembar Kegiatan Siswa)

G. Langkah-langkah Pembelajaran

Pertemuan 1

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none">1. Guru memberikan salam kepada siswa saat memasuki ruang kelas.2. Guru memimpin do'a untuk mengawali pembelajaran.3. Guru menanyakan kabar siswa dan mengecek kehadiran siswa. <i>"Bagaimana kabar kalian hari ini? Apakah ada teman kalian yang tidak masuk sekolah hari ini?"</i>4. Guru menginformasikan mengenai kompetensi dasar, dan tujuan pembelajaran kali ini secara singkat. <i>"Hari ini kita akan belajar tentang panjang vektor"</i>5. Guru menjelaskan kegiatan yang akan diikuti siswa, yakni siswa akan menggunakan LKS untuk memahami panjang vektor.6. Guru memberikan motivasi mengenai manfaat mempelajari panjang vektor dalam kehidupan nyata.	10 menit
Kegiatan Inti	<ol style="list-style-type: none">1. Guru memberikan apersepsi mengenai pengertian vektor.2. Guru mengelompokkan siswa ke dalam beberapa kelompok, setiap kelompok beranggotakan 3-4 siswa yang memiliki kemampuan ataupun jenis kelamin heterogen. Untuk memastikan bahwa anggota kelompok memiliki kemampuan yang heterogen, pembagian kelompok didasarkan pada nilai siswa.3. Guru membagikan LKS 1 kepada setiap siswa.4. Pada LKS 1 kegiatan I, diberikan materi tentang panjang vektor, serta contoh soal.5. Siswa secara berkelompok menggali informasi dari titik awal yang diberikan, baik dari uraian materi maupun contoh soal. (Mengeksplorasi)	70 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	<p>6. Siswa mengerjakan kegiatan II yaitu:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Membuat pertanyaan berdasarkan situasi yang diberikan, yaitu berdasarkan contoh soal yang diberikan serta menyelesaikan solusinya. (Menanya, dan Mengasosiasi) - Menjawab pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun oleh kelompok lainnya. (Mengasosiasi) <p>7. Dari jawaban siswa, guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil LKS 1 (kegiatan II) yaitu soal yang telah dibuat beserta penyelesaiannya dan meminta seluruh siswa untuk mengamati hasil pekerjaan tersebut. (Mengkomunikasikan, dan Mengamati)</p> <p>8. Siswa bersama guru membahas pekerjaan yang ditulis oleh perwakilan kelompok yang mempresentasikan tugas membuat soal beserta penyelesaiannya. (Mengasosiasi, dan Mengeksplorasi)</p> <p>9. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya tentang bagian materi yang belum dipahami. Jika ada, guru menjawab pertanyaan yang diajukan siswa. (Menanya)</p> <p>10. Guru mengecek ketercapaian kompetensi dengan memberikan pertanyaan kepada beberapa siswa yang memiliki kemampuan sedang-kebawah.</p> <p>11. Siswa mengerjakan latihan soal yang ada pada LKS 1 secara individual. (Mengeksplorasi, dan Mengkomunikasikan)</p> <p>12. Guru memberikan penghargaan kepada siswa yang bersedia mengerjakan soal latihan di depan kelas.</p>	
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru dan siswa membuat simpulan bersama tentang materi yang dipelajari yaitu panjang vektor. 2. Siswa diberikan tugas rumah yang diambil dari buku teks yang menjadi acuan belajar. 3. Guru menyampaikan arahan topik yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya, yaitu himpunan. 4. Guru menutup pelajaran dengan berdoa dan salam. 	10 menit

Pertemuan 2

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memberikan salam kepada siswa saat memasuki ruang kelas. 2. Guru memimpin do'a untuk mengawali pembelajaran. 3. Guru menanyakan kabar siswa dan mengecek kehadiran siswa. <i>"Bagaimana kabar kalian hari ini? Apakah ada teman kalian yang tidak masuk sekolah hari ini?"</i> 4. Guru menginformasikan mengenai kompetensi dasar, dan tujuan pembelajaran kali ini secara singkat. <i>"Hari ini kita akan belajar tentang panjang vektor"</i> 5. Guru menjelaskan kegiatan yang akan diikuti siswa, yakni siswa akan menggunakan LKS untuk memahami penjumlahan dan pengurangan vektor cara segitiga. 6. Guru memberikan motivasi mengenai manfaat mempelajari penjumlahan dan pengurangan vektor dalam kehidupan nyata. 	10 menit
Kegiatan Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memberikan apersepsi mengenai panjang vektor. 2. Guru mengelompokkan siswa ke dalam beberapa kelompok, setiap kelompok beranggotakan 3-4 siswa yang memiliki kemampuan ataupun jenis kelamin heterogen. Untuk memastikan bahwa anggota kelompok memiliki kemampuan yang heterogen, pembagian kelompok didasarkan pada nilai siswa. 3. Guru membagikan LKS 2 kepada setiap siswa. 4. Pada LKS 2 kegiatan I, diberikan materi tentang penjumlahan dan pengurangan vektor cara segitiga, serta contoh soal. 5. Siswa secara berkelompok menggali informasi dari titik awal yang diberikan, baik dari uraian materi maupun contoh soal. (Mengeksplorasi) 6. Siswa mengerjakan kegiatan II yaitu: <ul style="list-style-type: none"> - Membuat pertanyaan berdasarkan situasi yang diberikan, yaitu berdasarkan contoh soal yang diberikan serta menyelesaikan solusinya. (Menanya, dan Mengasosiasi) - Menjawab pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun oleh kelompok lainnya. (Mengasosiasi) 	70 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	<p>7. Dari jawaban siswa, guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil LKS 2 (kegiatan II) yaitu soal yang telah dibuat beserta penyelesaiannya dan meminta seluruh siswa untuk mengamati hasil pekerjaan tersebut. (Mengkomunikasikan, dan Mengamati)</p> <p>8. Siswa bersama guru membahas pekerjaan yang ditulis oleh perwakilan kelompok yang mempresentasikan tugas membuat soal beserta penyelesaiannya. (Mengasosiasi, dan Mengeksplorasi)</p> <p>9. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya tentang bagian materi yang belum dipahami. Jika ada, guru menjawab pertanyaan yang diajukan siswa. (Menanya)</p> <p>10. Guru mengecek ketercapaian kompetensi dengan memberikan pertanyaan kepada beberapa siswa yang memiliki kemampuan sedang-kebawah.</p> <p>11. Siswa mengerjakan latihan soal yang ada pada LKS 2 secara individual. (Mengeksplorasi, dan Mengkomunikasikan)</p> <p>12. Guru memberikan penghargaan kepada siswa yang bersedia mengerjakan soal latihan di depan kelas.</p>	
Penutup	<p>1. Guru dan siswa membuat simpulan bersama tentang materi yang dipelajari yaitu panjang vektor.</p> <p>2. Siswa diberikan tugas rumah yang diambil dari buku teks yang menjadi acuan belajar.</p> <p>3. Guru menyampaikan arahan topik yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya, yaitu penjumlahan dan pengurangan vektor cara jajargenjang.</p> <p>4. Guru menutup pelajaran dengan berdoa dan salam.</p>	10 menit

Pertemuan 3

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
Pendahuluan	<p>1. Guru memberikan salam kepada siswa saat memasuki ruang kelas.</p> <p>2. Guru memimpin do'a untuk mengawali pembelajaran.</p> <p>3. Guru menanyakan kabar siswa dan mengecek kehadiran</p>	10 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	<p>siswa. <i>“Bagaimana kabar kalian hari ini? Apakah ada teman kalian yang tidak masuk sekolah hari ini?”</i></p> <p>4. Guru menginformasikan mengenai kompetensi dasar, dan tujuan pembelajaran kali ini secara singkat. <i>“Hari ini kita akan belajar tentang panjang vektort”</i></p> <p>5. Guru menjelaskan kegiatan yang akan diikuti siswa, yakni siswa akan menggunakan LKS untuk memahami penjumlahan dan pengurangan vektor cara jajargenjang.</p> <p>6. Guru memberikan motivasi mengenai manfaat mempelajari penjumlahan dan pengurangan vektor dalam kehidupan nyata.</p>	
Kegiatan Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memberikan apersepsi mengenai penjumlahan dan pengurangan vektor cara segitiga. 2. Guru mengelompokkan siswa ke dalam beberapa kelompok, setiap kelompok beranggotakan 3-4 siswa yang memiliki kemampuan ataupun jenis kelamin heterogen. Untuk memastikan bahwa anggota kelompok memiliki kemampuan yang heterogen, pembagian kelompok didasarkan pada nilai siswa. 3. Guru membagikan LKS 3 kepada setiap siswa. 4. Pada LKS 3 kegiatan I, diberikan materi tentang penjumlahan dan pengurangan vektor cara jajargenjang, serta contoh soal. 5. Siswa secara berkelompok menggali informasi dari titik awal yang diberikan, baik dari uraian materi maupun contoh soal. (Mengeksplorasi) 6. Siswa mengerjakan kegiatan II yaitu: <ul style="list-style-type: none"> - Membuat pertanyaan berdasarkan situasi yang diberikan, yaitu berdasarkan contoh soal yang diberikan serta menyelesaikan solusinya. (Menanya, dan Mengasosiasi) - Menjawab pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun oleh kelompok lainnya. (Mengasosiasi) 7. Dari jawaban siswa, guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil LKS 3 (kegiatan II) yaitu soal yang telah dibuat beserta penyelesaiannya dan meminta seluruh siswa untuk mengamati hasil pekerjaan tersebut. 	70 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	<p>(Mengkomunikasikan, dan Mengamati)</p> <p>8. Siswa bersama guru membahas pekerjaan yang ditulis oleh perwakilan kelompok yang mempresentasikan tugas membuat soal beserta penyelesaiannya.</p> <p>(Mengasosiasi, dan Mengeksplorasi)</p> <p>9. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya tentang bagian materi yang belum dipahami. Jika ada, guru menjawab pertanyaan yang diajukan siswa. (Menanya)</p> <p>10. Guru mengecek ketercapaian kompetensi dengan memberikan pertanyaan kepada beberapa siswa yang memiliki kemampuan sedang-kebawah.</p> <p>11. Siswa mengerjakan latihan soal yang ada pada LKS 3 secara individual. (Mengeksplorasi, dan Mengkomunikasikan)</p> <p>12. Guru memberikan penghargaan kepada siswa yang bersedia mengerjakan soal latihan di depan kelas.</p>	
Penutup	<p>1. Guru dan siswa membuat simpulan bersama tentang materi yang dipelajari yaitu panjang vektor.</p> <p>2. Siswa diberikan tugas rumah yang diambil dari buku teks yang menjadi acuan belajar.</p> <p>3. Guru menyampaikan arahan topik yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya, yaitu perkalian skalar dan vektor.</p> <p>4. Guru menutup pelajaran dengan berdoa dan salam.</p>	10 menit

Pertemuan 4

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
Pendahuluan	<p>1. Guru memberikan salam kepada siswa saat memasuki ruang kelas.</p> <p>2. Guru memimpin do'a untuk mengawali pembelajaran.</p> <p>3. Guru menanyakan kabar siswa dan mengecek kehadiran siswa.</p> <p><i>“Bagaimana kabar kalian hari ini? Apakah ada teman kalian yang tidak masuk sekolah hari ini?”</i></p> <p>4. Guru menginformasikan mengenai kompetensi dasar, dan tujuan pembelajaran kali ini secara singkat.</p> <p><i>“Hari ini kita akan belajar tentang panjang vektor”</i></p>	10 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	5. Guru menjelaskan kegiatan yang akan diikuti siswa, yakni siswa akan menggunakan LKS untuk memahami perkalian skalar dengan vektor. 6. Guru memberikan motivasi mengenai manfaat mempelajari perkalian skalar dengan vektor dalam kehidupan nyata.	
Kegiatan Inti	1. Guru memberikan apersepsi mengenai penjumlahan dan pengurangan vektor cara jajargenjang. 2. Guru mengelompokkan siswa ke dalam beberapa kelompok, setiap kelompok beranggotakan 3-4 siswa yang memiliki kemampuan ataupun jenis kelamin heterogen. Untuk memastikan bahwa anggota kelompok memiliki kemampuan yang heterogen, pembagian kelompok didasarkan pada nilai siswa. 3. Guru membagikan LKS 4 kepada setiap siswa. 4. Pada LKS 4 kegiatan I, diberikan materi tentang penjumlahan dan pengurangan vektor cara jajargenjang, serta contoh soal. 5. Siswa secara berkelompok menggali informasi dari titik awal yang diberikan, baik dari uraian materi maupun contoh soal. (Mengeksplorasi) 6. Siswa mengerjakan kegiatan II yaitu: <ul style="list-style-type: none"> - Membuat pertanyaan berdasarkan situasi yang diberikan, yaitu berdasarkan contoh soal yang diberikan serta menyelesaikan solusinya. (Menanya, dan Mengasosiasi) - Menjawab pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun oleh kelompok lainnya. (Mengasosiasi) 7. Dari jawaban siswa, guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil LKS 4 (kegiatan II) yaitu soal yang telah dibuat beserta penyelesaiannya dan meminta seluruh siswa untuk mengamati hasil pekerjaan tersebut. (Mengkomunikasikan, dan Mengamati) 8. Siswa bersama guru membahas pekerjaan yang ditulis oleh perwakilan kelompok yang mempresentasikan tugas membuat soal beserta penyelesaiannya. (Mengasosiasi, dan Mengeksplorasi)	70 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	9. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya tentang bagian materi yang belum dipahami. Jika ada, guru menjawab pertanyaan yang diajukan siswa. (Menanya) 10. Guru mengecek ketercapaian kompetensi dengan memberikan pertanyaan kepada beberapa siswa yang memiliki kemampuan sedang-kebawah. 11. Siswa mengerjakan latihan soal yang ada pada LKS 4 secara individual. (Mengeksplorasi, dan Mengkomunikasikan) 12. Guru memberikan penghargaan kepada siswa yang bersedia mengerjakan soal latihan di depan kelas.	
Penutup	1. Guru dan siswa membuat simpulan bersama tentang materi yang dipelajari yaitu panjang vektor. 2. Siswa diberikan tugas rumah yang diambil dari buku teks yang menjadi acuan belajar. 3. Guru menyampaikan arahan topik yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya, yaitu Sifat operasi hitung vektor dan perkalian skalar dua vektor. 4. Guru menutup pelajaran dengan berdoa dan salam.	10 menit

Pertemuan 5

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
Pendahuluan	1. Guru memberikan salam kepada siswa saat memasuki ruang kelas. 2. Guru memimpin do'a untuk mengawali pembelajaran. 3. Guru menanyakan kabar siswa dan mengecek kehadiran siswa. <i>“Bagaimana kabar kalian hari ini? Apakah ada teman kalian yang tidak masuk sekolah hari ini?”</i> 4. Guru menginformasikan mengenai kompetensi dasar, dan tujuan pembelajaran kali ini secara singkat. <i>“Hari ini kita akan belajar tentang panjang vektort”</i> 5. Guru menjelaskan kegiatan yang akan diikuti siswa, yakni siswa akan menggunakan LKS untuk memahami sifat operasi hitung vektor dan perkalian skalar dua vektor. 6. Guru memberikan motivasi mengenai manfaat	10 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	mempelajari operasi hitung vektor dan perkalian dua skalar dalam kehidupan nyata.	
Kegiatan Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memberikan apersepsi mengenai perkalian skalar dengan vektor. 2. Guru mengelompokkan siswa ke dalam beberapa kelompok, setiap kelompok beranggotakan 3-4 siswa yang memiliki kemampuan ataupun jenis kelamin heterogen. Untuk memastikan bahwa anggota kelompok memiliki kemampuan yang heterogen, pembagian kelompok didasarkan pada nilai siswa. 3. Guru membagikan LKS 5 kepada setiap siswa. 4. Pada LKS 5 kegiatan I, diberikan materi tentang penjumlahan dan pengurangan vektor cara jajargenjang, serta contoh soal. 5. Siswa secara berkelompok menggali informasi dari titik awal yang diberikan, baik dari uraian materi maupun contoh soal. (Mengeksplorasi) 6. Siswa mengerjakan kegiatan II yaitu: <ul style="list-style-type: none"> - Membuat pertanyaan berdasarkan situasi yang diberikan, yaitu berdasarkan contoh soal yang diberikan serta menyelesaikan solusinya. (Menanya, dan Mengasosiasi) - Menjawab pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun oleh kelompok lainnya. (Mengasosiasi) 7. Dari jawaban siswa, guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil LKS 5 (kegiatan II) yaitu soal yang telah dibuat beserta penyelesaiannya dan meminta seluruh siswa untuk mengamati hasil pekerjaan tersebut. (Mengkomunikasikan, dan Mengamati) 8. Siswa bersama guru membahas pekerjaan yang ditulis oleh perwakilan kelompok yang mempresentasikan tugas membuat soal beserta penyelesaiannya. (Mengasosiasi, dan Mengeksplorasi) 9. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya tentang bagian materi yang belum dipahami. Jika ada, guru menjawab pertanyaan yang diajukan siswa. (Menanya) 	70 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	10. Guru mengecek ketercapaian kompetensi dengan memberikan pertanyaan kepada beberapa siswa yang memiliki kemampuan sedang-kebawah. 11. Siswa mengerjakan latihan soal yang ada pada LKS 5 secara individual. (Mengeksplorasi, dan Mengkomunikasikan) 12. Guru memberikan penghargaan kepada siswa yang bersedia mengerjakan soal latihan di depan kelas.	
Penutup	1. Guru dan siswa membuat simpulan bersama tentang materi yang dipelajari yaitu panjang vektor. 2. Siswa diberikan tugas rumah yang diambil dari buku teks yang menjadi acuan belajar. 3. Guru menyampaikan arahan topik yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya, yaitu sudut antar vektor. 4. Guru menutup pelajaran dengan berdoa dan salam.	10 menit

Pertemuan 6

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
Pendahuluan	1. Guru memberikan salam kepada siswa saat memasuki ruang kelas. 2. Guru memimpin do'a untuk mengawali pembelajaran. 3. Guru menanyakan kabar siswa dan mengecek kehadiran siswa. <i>"Bagaimana kabar kalian hari ini? Apakah ada teman kalian yang tidak masuk sekolah hari ini?"</i> 4. Guru menginformasikan mengenai kompetensi dasar, dan tujuan pembelajaran kali ini secara singkat. <i>"Hari ini kita akan belajar tentang panjang vektor"</i> 5. Guru menjelaskan kegiatan yang akan diikuti siswa, yakni siswa akan menggunakan LKS untuk memahami sudut antar vektor. 6. Guru memberikan motivasi mengenai manfaat mempelajari sudut antar vektor dalam kehidupan nyata.	10 menit
Kegiatan Inti	1. Guru memberikan apersepsi mengenai operasi hitung vektor dan perkalian dua skalar dalam kehidupan nyata 2. Guru mengelompokkan siswa ke dalam beberapa kelompok, setiap kelompok beranggotakan 3-4 siswa yang memiliki kemampuan ataupun jenis kelamin	70 menit

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
	<p>heterogen. Untuk memastikan bahwa anggota kelompok memiliki kemampuan yang heterogen, pembagian kelompok didasarkan pada nilai siswa.</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Guru membagikan LKS 6 kepada setiap siswa. 4. Pada LKS 6 kegiatan I, diberikan materi tentang penjumlahan dan pengurangan vektor cara jajargenjang, serta contoh soal. 5. Siswa secara berkelompok menggali informasi dari titik awal yang diberikan, baik dari uraian materi maupun contoh soal. (Mengeksplorasi) 6. Siswa mengerjakan kegiatan II yaitu: <ul style="list-style-type: none"> - Membuat pertanyaan berdasarkan situasi yang diberikan, yaitu berdasarkan contoh soal yang diberikan serta menyelesaikan solusinya. (Menanya, dan Mengasosiasi) - Menjawab pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun oleh kelompok lainnya. (Mengasosiasi) 7. Dari jawaban siswa, guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil LKS 6 (kegiatan II) yaitu soal yang telah dibuat beserta penyelesaiannya dan meminta seluruh siswa untuk mengamati hasil pekerjaan tersebut. (Mengkomunikasikan, dan Mengamati) 8. Siswa bersama guru membahas pekerjaan yang ditulis oleh perwakilan kelompok yang mempresentasikan tugas membuat soal beserta penyelesaiannya. (Mengasosiasi, dan Mengeksplorasi) 9. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya tentang bagian materi yang belum dipahami. Jika ada, guru menjawab pertanyaan yang diajukan siswa. (Menanya) 10. Guru mengecek ketercapaian kompetensi dengan memberikan pertanyaan kepada beberapa siswa yang memiliki kemampuan sedang-kebawah. 11. Siswa mengerjakan latihan soal yang ada pada LKS 6 secara individual. (Mengeksplorasi, dan Mengkomunikasikan) 12. Guru memberikan penghargaan kepada siswa yang bersedia mengerjakan soal latihan di depan kelas. 	

Bentuk Kegiatan	Langkah-langkah Pembelajaran	Waktu
Penutup	5. Guru dan siswa membuat simpulan bersama tentang materi yang dipelajari yaitu panjang vektor. 6. Siswa diberikan tugas rumah yang diambil dari buku teks yang menjadi acuan belajar. 7. Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan untuk tetap belajar dan meningkatkan sikap yang baik di rumah 8. Guru menutup pelajaran dengan berdoa dan salam.	10 menit

H. Penilaian Hasil Belajar

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Aspek sikap a. Observasi perilaku : <ul style="list-style-type: none"> • Sikap rasa ingin tahu • Sikap aktif/bekerjasama • Sikap toleransi b. Penilaian diri c. Penilaian antar siswa	Pengamatan/Penskoran	Selama pembelajaran dan saat diskusi
2	Aspek Pengetahuan a. Tes tertulis berupa uraian b. Tes lisan Pada waktu kegiatan pembelajaran berlangsung yakni di awal, tengah dan pada akhir pembelajaran c. Tugas Berupa pekerjaan rumah (PR)	Penskoran	Penyelesaian soal
3	Aspek Keterampilan a. Projek (LKS) b. Penilaian Fortofolio	Pengamatan/Penskoran	Penyelesaian tugas (baik individu maupun kelompok) dan saat diskusi

INTRUMEN PENILAIAN PENGETAHUAN

Tes Tulis: Uraian

1. Diketahui vektor $u = (1, -3, 2)$, $v = (1, 1, 0)$, dan $w = (2, 2, -4)$. Tentukan $|w - u| + |w| + |u|$.
2. Secara geometri, buktikan bahwa $u + o = o + u = u$.
3. Carilah vektor dengan titik pangkal $P(2, -1, 4)$ searah dengan vektor $V = (7, 6, -3)$.
4. Diketahui titik $A(-6, -2, -4)$, $B(3, 1, 2)$, dan $(6, 2, 4)$. Tunjukkan bahwa titik A, B , dan C segaris (kolinier).
5. Hitunglah besar sudut $A(4, 2, -1)$ dan $B(2, -2, 4)$

Alternatif Jawaban

1. Diketahui : $u = (1, -3, 2)$, $v = (1, 1, 0)$, dan $w = (2, 2, -4)$

Ditanya : $|w - u| + |w| + |u|$

Jawab :

$$\bullet |w| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-4)^2}$$

$$|w| = \sqrt{4 + 4 + 16}$$

$$|w| = \sqrt{24}$$

$$\bullet |u| = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 2^2}$$

$$|u| = \sqrt{1 + 9 + 4}$$

$$|u| = \sqrt{14}$$

$$\bullet |w - u| = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - (-3))^2 + (-4 - 2)^2}$$

$$|w - u| = \sqrt{1 + 25 + 64}$$

$$|w - u| = \sqrt{90}$$

$$\text{Jadi } |w - u| + |w| + |u| = \sqrt{90} + \sqrt{24} + \sqrt{14}$$

2. Akan dibuktikan bahwa $u + o = o + u = u$.

Bukti:

Ambil sebarang $u = (u_1, u_2, u_3)$ dan vector nol, $0 = (0, 0, 0)$

Pertama akan dibuktikan bahwa $u + 0 = 0 + u$

$$u + 0 = (u_1, u_2, u_3) + (0, 0, 0)$$

$$u + 0 = (u_1 + 0, u_2 + 0, u_3 + 0)$$

$$u + 0 = (0 + u_1, 0 + u_2, 0 + u_3)$$

$$u + 0 = (0, 0, 0) + (u_1, u_2, u_3)$$

$$u + 0 = 0 + u \quad \text{terbukti}$$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa $u + 0 = u$

$$u + 0 = (u_1, u_2, u_3) + (0, 0, 0)$$

$$u + 0 = (u_1 + 0, u_2 + 0, u_3 + 0)$$

$$u + 0 = (u_1, u_2, u_3) \rightarrow \text{identitas penjumlahan}$$

$$u + 0 = u \quad \text{terbukti}$$

3. Vektor $V = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

Vektor dengan titik pangkal $P \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan searah vektor adalah ...

Misal titik ujung vektor adalah $Q \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ maka :

$$\overline{PQ} = k\overline{V}$$

$$\overline{PO} - \overline{OQ} = k\overline{v}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a - 2 \\ b + 1 \\ c - 4 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$a = 7k + 2$$

$$b = 6k - 1$$

$$c = 4 - 3k, \quad \text{dengan } k \in \text{Real}$$

Jadi vektor tersebut adalah vektor dengan titik pangkal $P \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan titik ujung

$Q \begin{pmatrix} 7k + 2 \\ 6k - 1 \\ 4 - 3k \end{pmatrix}$ dengan $k \in \text{Real}$

4. Diketahui : $A(-6, -2, -4), B(3, 1, 2)$, dan $(6, 2, 4)$

Ditanya : Tunjukkan bahwa titik A, B , dan C segaris (kolinier)

Jawab :

Titik A, B , dan C segaris (kolinier) jika $k\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$

- $\overrightarrow{AC} = \vec{C} - \vec{A}$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = 4 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$4 \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

- $\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A}$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$3 \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi } 4 \overrightarrow{AC} = 3 \overrightarrow{AB}$$

5. Diketahui : $A(4, 2, -1)$ dan $B(2, -2, 4)$

Ditanya : Besar sudut AOB

Jawab :

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos \alpha = \frac{(4 \cdot 2)(2 \cdot -2)(-1 \cdot 4)}{\sqrt{4^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 4^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{8 - 4 - 4}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{24}}$$

$$\cos \alpha = \frac{0}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{24}}$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

Jadi besar sudut $AOB = 90^\circ$

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP

Satuan Pendidikan : SMA
Mata Pelajaran : Matematika (Peminatan)
Kelas/Semester : X Peminatan MIPA/ Genap
Materi Pokok : Vektor

Kompetensi Dasar :

- 2.1 Menunjukkan sikap senang, percaya diri, motivasi internal, sikap kritis, bekerjasama, jujur dan percaya diri serta responsif dalam menyelesaikan berbagai permasalahan nyata.
- 2.2 Memiliki rasa ingin tahu yang terbentuk dari pengalaman belajar dalam berinteraksi dengan lingkungan sosial dan alam
- 2.3 Berperilaku peduli, bersikap terbuka dan toleransi terhadap berbagai perbedaan di dalam masyarakat.

Indikator

- 2.1.1 Menunjukkan sikap bekerjasama dalam menyelesaikan berbagai permasalahan nyata
- 2.2.1 Menunjukkan sikap rasa ingin tahu yang terbentuk dari pengalaman belajar dalam berinteraksi dengan lingkungan sosial dan alam
- 2.3.1 Menunjukkan perilaku toleransi terhadap berbagai perbedaan di dalam masyarakat

Indikator penilaian rasa ingin tahu dapat disusun sebagai berikut:

<i>Kriteria</i>	<i>Skor</i>	<i>Indikator</i>
Sangat Baik (SB)	4	Selalu memiliki rasa ingin tahu yang terbentuk dari pengalaman belajar
Baik (B)	3	Sering memiliki rasa ingin tahu yang terbentuk dari pengalaman belajar
Cukup (C)	2	Kadang-kadang memiliki rasa ingin tahu yang terbentuk dari pengalaman belajar
Kurang (K)	1	Tidak pernah memiliki rasa ingin tahu yang terbentuk dari pengalaman belajar

Indikator penilaian aktif/bekerjasama dapat disusun sebagai berikut:

<i>Kriteria</i>	<i>Skor</i>	<i>Indikator</i>
Sangat Baik (SB)	4	Selalu aktif dan bekerjasama dalam penyelesaian berbagai permasalahan
Baik (B)	3	Sering aktif dan bekerjasama dalam penyelesaian berbagai permasalahan
Cukup (C)	2	Kadang-kadang aktif dan bekerjasama dalam penyelesaian berbagai permasalahan
Kurang (K)	1	Tidak pernah aktif dan bekerjasama dalam penyelesaian berbagai permasalahan

Indikator penilaian sikap toleransi dapat disusun sebagai berikut:

<i>Kriteria</i>	<i>Skor</i>	<i>Indikator</i>
Sangat Baik (SB)	4	Selalu bertoleransi terhadap berbagai perbedaan yang ada
Baik (B)	3	Sering bertoleransi terhadap berbagai perbedaan yang ada
Cukup (C)	2	Kadang-kadang bertoleransi terhadap berbagai perbedaan yang ada
Kurang (K)	1	Tidak pernah bertoleransi terhadap berbagai perbedaan yang ada

Bubuhkan tanda \surd pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan.

No	Nama Siswa	Sikap											
		Rasa ingin tahu				Bekerjasama				Toleran			
		SB	B	C	K	SB	B	C	K	SB	B	C	K
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													

Keterangan:

- SB : Sangat Baik
- B : Baik
- C : Cukup
- K : Kurang

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN KETERAMPILAN

Satuan Pendidikan : SMA
 Mata Pelajaran : Matematika (Peminatan)
 Kelas/Semester : X Peminatan MIPA/ Genap
 Materi Pokok : Vektor
 Waktu Pengamatan : KD 4.5

Kompetensi Dasar :

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga.

Indikator:

4.5.1 Memecahkan masalah kehidupan nyata menggunakan konsep vektor.

Indikator penilaian Keterampilan dapat disusun sebagai berikut:

<i>Kriteria</i>	<i>Skor</i>	<i>Indikator</i>
Sangat Terampil (ST)	3	Sangat terampil <i>jika</i> menunjukkan adanya usaha untuk memodelkan dan memecahkan masalah nyata yang berkaitan dengan vektor
Terampil (T)	2	Terampil <i>jika</i> menunjukkan adanya usaha untuk memodelkan dan memecahkan masalah nyata yang berkaitan dengan vektor
Kurang Terampil (KT)	1	Kurang Terampil <i>jika</i> menunjukkan adanya usaha untuk memodelkan dan memecahkan masalah nyata yang berkaitan dengan vektor

Bubuhkan tanda \surd pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan.

No	Nama Siswa	Keterampilan		
		Memecahkan masalah kehidupan nyata menggunakan konsep vektor		
		KT	T	ST
1				
2				
3				
4				
5				

6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				

Keterangan:

KT : Kurang terampil

T : Terampil

ST : Sangat terampil

LEMBAR KEGIATAN SISWA 1

Materi: Panjang Vektor

Tujuan: setelah menyelesaikan LKS 1 dengan benar maka siswa akan mampu menentukan panjang vektor.

NAMA KELOMPOK

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.



Petunjuk:

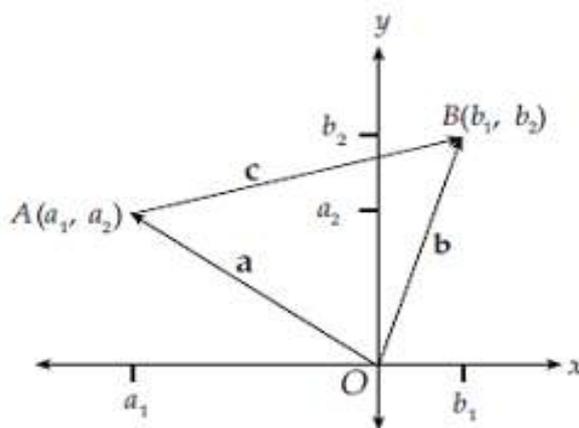
1. Pelajari LKS 1 tentang materi panjang vektor.
2. Diskusikan dan bahas bersama dengan temanmu dalam kelompok.
3. Jika dalam kelompokmu belum diperoleh jawabannya dan mengalami kesulitan maka tanyalah pada guru, tetapi berusaha semaksimal mungkin terlebih dahulu.

KEGIATAN I

Pelajari Uraian Berikut!

Panjang Vektor

Perhatikan sebarang titik $A(a_1, a_2)$ dan titik $B(b_1, b_2)$ pada koordinat kartesius berikut.



Gambar 1

Titik $A(a_1, a_2)$ dan titik $B(b_1, b_2)$ pada koordinat kartesius

Pada bidang kartesius tersebut, vektor a mewakili ruas garis berarah dan titik pangkal $O(0,0)$ ke titik $A(a_1, a_2)$. Oleh karena itu, vektor a ini dapat kalian tuliskan dalam bentuk pasangan terurut $a = (a_1, a_2)$. Adapun vektor b mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal $O(0,0)$ ke titik $B(b_1, b_2)$. Vektor b dapat kalian tuliskan sebagai $b = (b_1, b_2)$. Dengan menggunakan rumus jarak, kalian dapat menentukan panjang vektor a dan b ini, yaitu:

Panjang vektor a adalah $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Panjang vektor b adalah $|b| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$

Dengan menarik ruas garis dari titik A ke titik B , kalian mendapatkan vektor c . Dengan menggunakan rumus jarak, vektor c ini dapat dituliskan sebagai $c = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$ sehingga panjang vektor c adalah $|c| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Jika arah vektor c dibalik, maka akan didapat vektor $-c$ yaitu sebuah vektor yang panjangnya sama dengan panjang vektor c dengan arah berlawanan. Vektor ini disebut vektor invers dari vektor c . Jika ditulis dalam bentuk pasangan terurut, vektor $-c = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$. Panjangnya adalah

$$|-c| = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2} = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

Untuk setiap vektor a yang bukan vektor nol, dapat ditentukan suatu vektor satuan dari vektor a , dilambangkan dengan \hat{e} . Vektor satuan arahnya searah dengan vektor a dan panjangnya sama dengan satu satuan.

Jika vektor $a = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ maka vektor satuan dari a dirumuskan dengan

$$\hat{e} = \frac{a}{|a|} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Vektor-vektor satuan \hat{i} dan \hat{j} dapat dinyatakan dengan vektor kolom, yaitu:

$$\hat{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ dan } \hat{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dengan pemahaman yang sama seperti vektor pada bidang (R^2), kalian dapat memahami vektor pada ruang (R^3). Misalnya ambil sebarang titik $A(a_1, a_2, a_3)$ dan $B(b_1, b_2, b_3)$ pada ruang (R^3), maka kalian dapat menuliskan vektor a yang mewakili vektor \overrightarrow{OA} dan vektor b yang mewakili vektor \overrightarrow{OB} dalam bentuk pasangan terurut sebagai berikut.

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3) \text{ dan } \mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

Panjang kedua vektor ini masing-masing

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \text{ dan } |\mathbf{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$$

Untuk vektor pada ruang (R^3) juga dapat ditentukan vektor satuannya. Jika vektor $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ maka vektor satuan dari \mathbf{a} dirumuskan dengan:

$$\hat{\mathbf{e}} = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Vektor-vektor satuan \hat{i} , \hat{j} , dan \hat{k} dapat dinyatakan dengan vektor kolom yaitu:

$$\hat{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \hat{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ dan } \hat{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Contoh:

Diketahui segitiga ABC dengan titik-titik sudut $A(0, 3, 5)$, $B(2, 4, 6)$, dan $C(4, 3, 1)$. Tentukan:

- Vektor p yang mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal A ke titik B
- Vektor q yang mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal B ke titik C
- Vektor r yang mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal A ke titik C
- Keliling Segitiga ABC

Jawab:

- a. Vektor p mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal A ke titik B , maka

$$p = \overrightarrow{AB} = (2 - 0, 4 - 3, 6 - 5) = (2, 1, 1).$$

Panjang vektor p adalah:

$$|p| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6}$$

- b. Vektor q mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal B ke titik C , maka

$$q = \overrightarrow{BC} = (4 - 2, 3 - 4, 1 - 6) = (2, -1, -5).$$

Panjang vektor q adalah:

$$|q| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{4 + 1 + 25} = \sqrt{30}$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{30}$$

- c. Vektor r mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal A ke titik C , maka

$$r = \overrightarrow{AC} = (4 - 0, 3 - 3, 1 - 5) = (4, 0, -4).$$

Panjang vektor r adalah:

$$|r| = \sqrt{4^2 + (0)^2 + (-4)^2} = \sqrt{16 + 0 + 16} = \sqrt{32}$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

- d. Keliling segitiga ABC adalah $|p| + |q| + |r| = \sqrt{6} + \sqrt{30} + 4\sqrt{2}$

KEGIATAN II

Berdasarkan uraian dan contoh di atas, susunlah dua pertanyaan yang berhubungan dengan materi tersebut, dengan ketentuan:

- Pertanyaan yang kalian buat haruslah mempunyai penyelesaian.
- Kalian dapat membuat pertanyaan yang lebih bervariasi.
- Kemudian tuliskan jawaban dari masing-masing pertanyaan kalian pada kertas lain atau di buku catatan.

Pertanyaan 1:

Pertanyaan 2:

Pertanyaan yang telah kalian buat diserahkan kepada kelompok lain dengan ketentuan:

- pertanyaan kelompok 1 diserahkan kepada kelompok 2
- pertanyaan kelompok 2 diserahkan kepada kelompok 3
- dan seterusnya

Jawaban 1:

Jawaban 2:

LATIHAN

1. Diketahui segitiga ABC dengan titik-titik sudut $A(3, 4, 2)$, $B(6, -3, 5)$, dan $C(2, 5, 6)$.
 - a. Tentukan vektor \mathbf{a} yang mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal A ke titik B dan tentukan panjang vektor \mathbf{a} .
 - b. Tentukan vektor \mathbf{b} yang mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal B ke titik C dan tentukan panjang vektor \mathbf{b} .
 - c. Tentukan vektor \mathbf{c} yang mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal A ke titik C dan tentukan panjang vektor \mathbf{c} .

2. Diketahui vektor $\mathbf{u} = (1, -3, 2)$, $\mathbf{v} = (1, 1, 0)$, dan $\mathbf{w} = (2, 2, -4)$. Tentukan:
- $|\mathbf{u} + \mathbf{v}|$
 - $|\mathbf{w}| - |\mathbf{u}|$
 - $|\mathbf{w} - \mathbf{u}| + |\mathbf{w}| + |\mathbf{u}|$
 - $\frac{1}{|\mathbf{w}|}\mathbf{w}$
3. Diketahui vektor \mathbf{u} dan \mathbf{v} di \mathbb{R}^2 .
- Jika $|\mathbf{u}| = 5$, $|\mathbf{v}| = 2$, dan $|\mathbf{u} + \mathbf{v}| = 19$, tentukan $|\mathbf{u} - \mathbf{v}|$.
 - Jika $|\mathbf{u}| = 4$, $|\mathbf{v}| = 3$, dan $|\mathbf{u} - \mathbf{v}| = \sqrt{37}$, tentukan $|\mathbf{u} + \mathbf{v}|$.

LEMBAR KEGIATAN SISWA 2

Materi: Penjumlahan dan pengurangan vector cara segitiga

Tujuan: setelah menyelesaikan LKS 2 dengan benar maka siswa akan mampu menyelesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan vector dengan cara segitiga.

NAMA KELOMPOK

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.



Petunjuk:

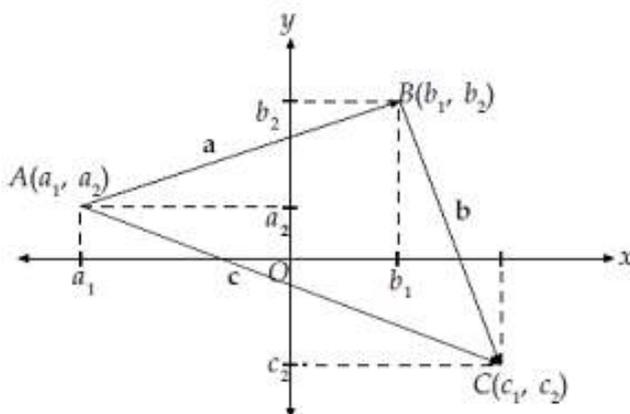
1. Pelajari LKS 2 tentang materi penjumlahan dan pengurangan vector cara segitiga.
2. Diskusikan dan bahas bersama dengan temanmu dalam kelompok.
3. Jika dalam kelompokmu belum diperoleh jawabannya dan mengalami kesulitan maka tanyalah pada guru, tetapi berusaha semaksimal mungkin terlebih dahulu.

KEGIATAN I

Pelajari Uraian Berikut!

Penjumlahan dan Pengurangan vector

Perhatikan titik-titik $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, dan $C(c_1, c_2)$ pada koordinat kartesius berikut ini.



Gambar 1
Titik $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, dan $C(c_1, c_2)$ pada koordinat kartesius

Pada gambar tersebut, vektor a , b , dan c dapat kalian tulis sebagai berikut.

- $a = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$

Dapat pula ditulis $a = \begin{pmatrix} b_1 & -a_1 \\ b_2 & -a_2 \end{pmatrix}$

- $b = (c_1 - b_1, c_2 - b_2)$

Dapat pula ditulis $b = \begin{pmatrix} c_1 & -b_1 \\ c_2 & -b_2 \end{pmatrix}$

- $c = (c_1 - a_1, c_2 - a_2)$

Dapat pula ditulis $c = \begin{pmatrix} c_1 & -a_1 \\ c_2 & -a_2 \end{pmatrix}$

Sekarang jumlahkan vektor a dan b . Karena vektor merupakan matriks kolom, maka kalian dapat menjumlahkan vektor a dan b dengan menggunakan aturan penjumlahan matriks. Dengan aturan ini akan diperoleh:

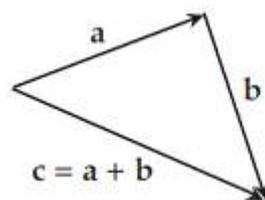
$$\begin{aligned} a + b &= \begin{pmatrix} b_1 & -a_1 \\ b_2 & -a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 & -b_1 \\ c_2 & -b_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} b_1 - a_1 + c_1 - b_1 \\ b_2 - a_2 + c_2 - b_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_1 & -a_1 \\ c_2 & -a_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa $\begin{pmatrix} c_1 & -a_1 \\ c_2 & -a_2 \end{pmatrix} = c$

Uraian tersebut menunjukkan bahwa $a + b = c$. Secara geometris, penjumlahan antara vektor a dan b ini dapat kalian lakukan dengan dua cara, yaitu:

a. Cara Segitiga

Dalam cara ini, titik pangkal vektor b berimpit ruas dengan titik ujung vektor a . Jumlah vektor a dan b didapat dengan menarik ruas garis dari titik pangkal vektor a ke titik ujung vektor b . Ruas garis ini diwakili oleh vektor c . Akibatnya $a + b = c$.



Gambar 3
Penjumlahan vektor $a + b = c$ dengan cara segitiga

KEGIATAN II

Berdasarkan uraian di atas, susunlah dua pertanyaan yang berhubungan dengan materi tersebut, dengan ketentuan:

- Pertanyaan yang kalian buat haruslah mempunyai penyelesaian.
- Kalian dapat membuat pertanyaan yang lebih bervariasi.
- Kemudian tulislah jawaban dari masing-masing pertanyaan kalian pada kertas lain atau di buku catatan.

Pertanyaan 1:

Pertanyaan 2:

Pertanyaan yang telah kalian buat diserahkan kepada kelompok lain dengan ketentuan:

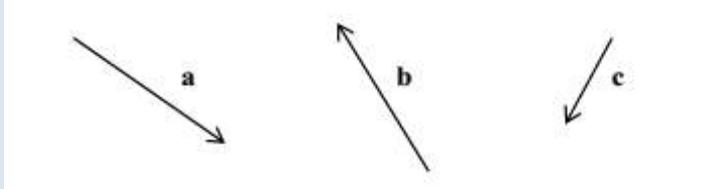
- pertanyaan kelompok 1 diserahkan kepada kelompok 2
- pertanyaan kelompok 2 diserahkan kepada kelompok 3
- dan seterusnya

Jawaban 1:

Jawaban 2:

LATIHAN

1. Diketahui vektor-vektor berikut.



Jika $|a| = 2|c|$ dan $|b| = 2\frac{1}{2}|c|$, gambarkan vektor-vektor berikut.

- $a + b$
 - $c + b$
 - $(a+b)+c$
 - $(b - a)$
 - $(a - b) + (a - c)$
2. Diketahui vektor-vektor $a = (-5, -4, -3)$; $b = (1, 2, 3)$; dan $c = (-3, 8, 5)$ tentukanlah:
- $|a| + |b|$
 - $(|a| - |b|) + |c|$
 - $a + (c + a)$
 - $b - a$
 - $(a - b) + (a - c)$

LEMBAR KEGIATAN SISWA 3

Materi: Penjumlahan dan pengurangan vector cara jajargenjang

Tujuan: setelah menyelesaikan LKS 3 dengan benar maka siswa akan mampu menyelesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan vector dengan cara jajargenjang.

NAMA KELOMPOK

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

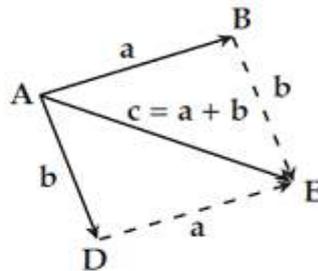


Petunjuk:

1. Pelajari LKS 3 tentang materi penjumlahan dan pengurangan vector cara jajargenjang.
2. Diskusikan dan bahas bersama dengan temanmu dalam kelompok.
3. Jika dalam kelompokmu belum diperoleh jawabannya dan mengalami kesulitan maka tanyalah pada guru, tetapi berusaha semaksimal mungkin terlebih dahulu.

Pelajari Uraian Berikut!

Penjumlahan dan Pengurangan Vektor Cara Jajargenjang



Gambar 4

Penjumlahan vektor $a + b = c$ dengan cara jajargenjang

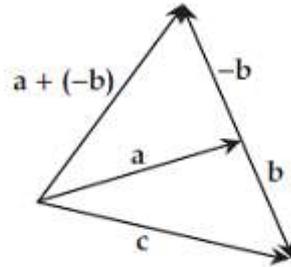
Misalkan vektor a mewakili ruas garis berarah dari titik pangkal A ke titik B dan vektor b mewakili ruas garis berarah dari titik C ke titik D . Dalam cara jajargenjang, titik pangkal vektor a berimpit dengan titik pangkal vektor b , yaitu $A = C$.

Dengan membuat jajargenjang $ABED$ akan diperoleh:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} \text{ (oleh karena } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}\text{)} \\ &= \overrightarrow{AE} \text{ (gunakan cara segitiga)}\end{aligned}$$

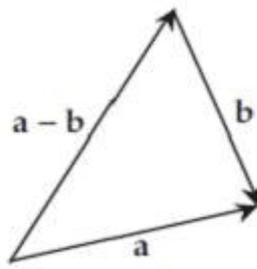
Oleh karena $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AD} = b$, dan $\overrightarrow{AE} = c$, maka $a + b = c$

Sekarang jika vektor a dijumlahkan dengan invers vektor b , maka kalian mendapatkan penjumlahan vektor $a + (-b)$ sebagai berikut.



Gambar 5
Penjumlahan vektor $a + (-b)$

Seperti pada bilangan real, kalian dapat menuliskan $a + (-b) = a - b$. Secara geometris, kalian dapat mengurangkan a dengan b sebagai berikut.



Gambar 6
Pengurangan $a - b$ secara geometris

Dengan menggunakan aturan penjumlahan dan pengurangan matriks kolom, kalian dapat menyatakan aturan penjumlahan dan pengurangan vektor sebagai berikut.

- Untuk a dan b vektor-vektor di R^2 berlaku

$$a + b = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$

$$a - b = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$$

Dengan menggunakan pasangan terurut, dapat dituliskan

$$a + b = (a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$$

$$a - b = (a_1, a_2) - (b_1, b_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$$

- Untuk a dan b vektor-vektor di R^3 berlaku

$$a + b = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

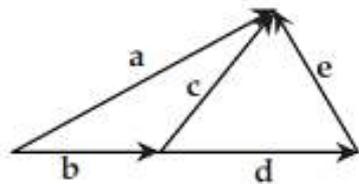
$$a - b = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$$

Dengan menggunakan pasangan terurut, dapat dituliskan

$$a + b = (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$a - b = (a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 7
Penjumlahan vektor

Contoh:

Diketahui vektor-vektor $a = (0, -2, -1)$, $b = (2, 3, 4)$, dan $c = (-3, 0, 3)$, tentukan:

1. $a + b$
2. $c - b$
3. $a - a$
4. $a + 0$
5. $a + (b + c)$

Jawab:

$$1. a + b = (0, -2, -1) + (2, 3, 4) = (0 + 2, -2 + 3, -1 + 4) = (2, 1, 3)$$

$$\text{Jadi } a + b = (2, 1, 3)$$

$$2. c - b = (-3, 0, 3) - (2, 3, 4) = (-3 - 2, 0 - 3, 3 - 4) = (-5, -3, -1)$$

$$\text{Jadi } c - b = (-5, -3, -1)$$

$$3. a - a = (0, -2, -1) - (0, -2, -1) = ((0 - 0, -2 - (-2), -1 - (-1))) = (0, 0, 0) = 0$$

$$\text{Jadi } a - a = 0$$

$$4. a + 0 = (0, -2, -1) + (0, 0, 0) = (0 + 0, -2 + 0, -1 + 0) = (0, -2, -1) = a$$

$$\text{Jadi } a + 0 = a$$

$$5. a + (b + c) = (0, -2, -1) + (-1, 3, 7) = (0 + (-1), -2 + 3, -1 + 7) = (-1, 1, 6)$$

$$\text{Jadi } a + (b + c) = (-1, 1, 6)$$

KEGIATAN II

Berdasarkan uraian di atas, susunlah dua pertanyaan yang berhubungan dengan materi tersebut, dengan ketentuan:

- Pertanyaan yang kalian buat haruslah mempunyai penyelesaian.
- Kalian dapat membuat pertanyaan yang lebih bervariasi.
- Kemudian tuliskan jawaban dari masing-masing pertanyaan kalian pada kertas lain atau di buku catatan.

Pertanyaan 1:
Pertanyaan 2:

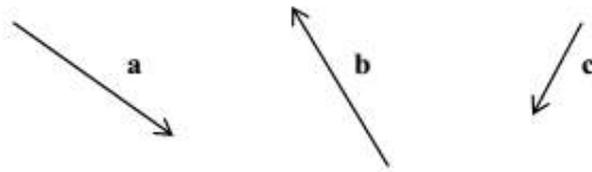
Pertanyaan yang telah kalian buat diserahkan kepada kelompok lain dengan ketentuan:

- pertanyaan kelompok 1 diserahkan kepada kelompok 2
- pertanyaan kelompok 2 diserahkan kepada kelompok 3
- dan seterusnya

Jawaban 1:
Jawaban 2:

LATIHAN

1. Diketahui vektor-vektor berikut.



Jika $|a| = 2|c|$, dan $|b| = 2\frac{1}{2}|c|$, gambarkan vektor-vektor berikut.

- $a + b$
- $c + b$
- $(a + b) + c$
- $(b - a)$
- $(a - b) + (a - c)$

2. Diketahui vektor-vektor $a = (-5, -4, -3)$, $b = (1, 2, 3)$, dan $(-3, 8, 5)$, tentukanlah:

- $|a| + |b|$
- $(|a| - |b|) + |a|$
- $a + (c + a)$
- $b - a$
- $(a - b) + (a - c)$

LEMBAR KEGIATAN SISWA 4

Materi: Perkalian skalar dengan vektor

Tujuan: setelah menyelesaikan LKS 4 dengan benar maka siswa akan mampu melakukan operasi perkalian skalar dengan vektor.

NAMA KELOMPOK

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.



Petunjuk:

1. Pelajari LKS 4 tentang materi perkalian skalar dengan vektor.
2. Diskusikan dan bahas bersama dengan temanmu dalam kelompok.
3. Jika dalam kelompokmu belum diperoleh jawabannya dan mengalami kesulitan maka tanyalah pada guru, tetapi berusaha semaksimal mungkin terlebih dahulu.

KEGIATAN I

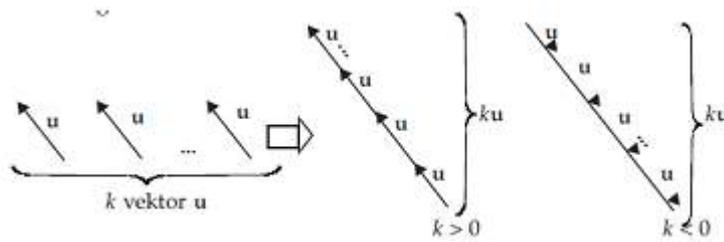
Pelajari Uraian Berikut!

Perkalian Skalar dengan Vektor

Bagian sebelumnya telah mempelajari penjumlahan vektor. Apa yang terjadi jika vektor-vektor yang dijumlahkan adalah k vektor yang sama? Dalam penjumlahan tersebut, akan didapatkan sebuah vektor baru yang setiap komponen-komponennya diperoleh dengan mengalihkan k dengan setiap komponen-komponen vektor u . Akibatnya, vektor baru tersebut segaris dengan vektor u dan memiliki panjang $k|u|$.

Jika k skalar tak nol dan vektor $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ maka $ku = (ku_1, ku_2, \dots, ku_n)$

Pada perkalian skalar dengan vektor, jika $k > 0$, maka vektor ku searah vektor u . Adapun jika $k < 0$, maka vektor ku berlawanan arah dengan vektor u .



Gambar 8
Perkalian skalar dengan vektor u

Contoh:

1. Diketahui vektor $a = (1, 4, 5)$ dan $b = (2, 3, 2)$ tentukan vektor $c = 2a + 3a$

Jawab:

$$\begin{aligned} c &= 2a + 3b = 2(1, 4, 5) + 3(2, 3, 2) \\ &= (2 \times 1, 2 \times 4, 2 \times 5) + (3 \times 2, 3 \times 3, 3 \times 2) \\ &= (2, 8, 10) + (6, 9, 6) \\ &= (8, 17, 16) \end{aligned}$$

Jadi $c = 2a + 3a = (8, 17, 16)$

2. Buktikan bahwa vektor $u = (-3, 0, 6)$ sejajar dengan vektor $v = (1, 0, -2)$

Jawab:

Untuk membuktikan bahwa vektor $u = (-3, 0, 6)$ sejajar dengan vektor $v = (1, 0, -2)$, harus ditunjukkan ada bilangan real k sehingga $u = kv$.

$$u = kv \rightarrow u - kv = 0$$

$$(-3, 0, 6) - k(1, 0, -2) = (0, 0, 0)$$

$$(-3, 0, 6) - (k, 0, -k) = (0, 0, 0)$$

$$(-3 - k, 0, 6 + 2k) = (0, 0, 0)$$

KEGIATAN II

Berdasarkan uraian di atas, susunlah dua pertanyaan yang berhubungan dengan materi tersebut, dengan ketentuan:

- Pertanyaan yang kalian buat haruslah mempunyai penyelesaian.
- Kalian dapat membuat pertanyaan yang lebih bervariasi.
- Kemudian tulislah jawaban dari masing-masing pertanyaan kalian pada kertas lain atau di buku catatan.

Pertanyaan 1:
Pertanyaan 2:

Pertanyaan yang telah kalian buat diserahkan kepada kelompok lain dengan ketentuan:

- pertanyaan kelompok 1 diserahkan kepada kelompok 2
- pertanyaan kelompok 2 diserahkan kepada kelompok 3
- dan seterusnya

Jawaban 1:
Jawaban 2:

LATIHAN

1. Diketahui vektor $a = (-1, 2, 3)$, $b = (0, -2, -1)$, dan $c = (-1, -2, 3)$. Hitunglah:

a. $2a + b$

b. $-b - 4a$

c. $3a - 2b + 4c$

2. Diketahui vektor a dan b seperti gambar berikut.



Gambarkan vektor c jika

a. $c = 2a - 3b$

b. $c = a + 2b$

c. $c = -3a + b$

3. Carilah vektor dengan titik pangkal $P(2, -1, 4)$ yang mempunyai arah sama seperti vektor $v = (7, 6, -3)$.

4. Carilah vektor dengan titik ujung $Q(2, 0, -7)$ yang arahnya berlawanan dengan vektor $v = (-2, 4, -1)$.

LEMBAR KEGIATAN SISWA 5

Materi: Sifat-sifat operasi hitung pada vektor dan perkalian skalar dua vektor

Tujuan: setelah menyelesaikan LKS 5 dengan benar maka siswa akan mampu melakukan operasi perkalian skalar dua vektor.

NAMA KELOMPOK

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.



Petunjuk:

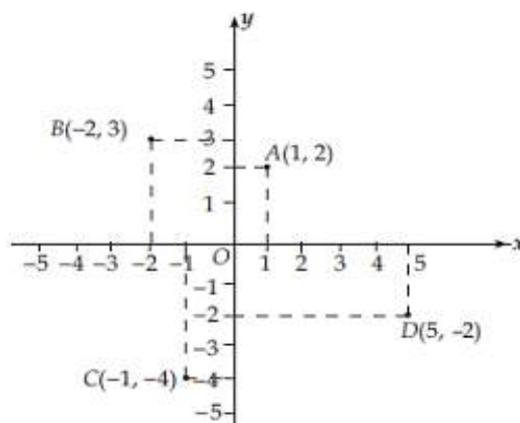
1. Pelajari LKS 5 tentang materi sifat-sifat operasi hitung pada vektor dan perkalian skalar dua vektor.
2. Diskusikan dan bahas bersama dengan temanmu dalam kelompok.
3. Jika dalam kelompokmu belum diperoleh jawabannya dan mengalami kesulitan maka tanyalah pada guru, tetapi berusaha semaksimal mungkin terlebih dahulu.

KEGIATAN I

Pelajari Uraian Berikut!

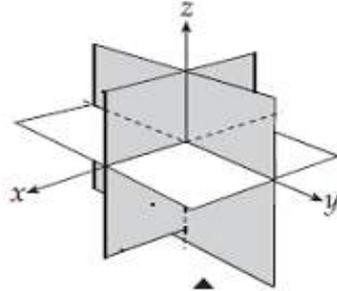
Sifat-sifat Operasi Hitung pada Vektor

Vektor di R^2 berhubungan dengan letak suatu titik pada sebuah bidang dengan pasangan bilangan (x, y) merupakan koordinat cartesius dari suatu titik atau koordinat bidang.

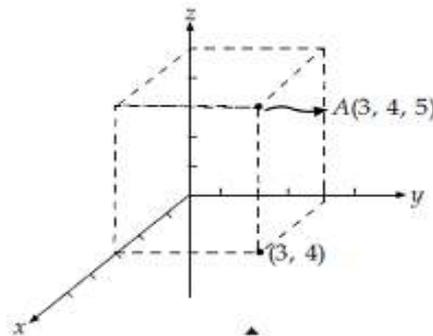


Gambar 9
Koordinat Cartesius di R^2

Vektor R^2 mempunyai pasangan bilangan (x, y, z) yang merupakan koordinat cartesius dari suatu titik atau koordinat ruang ke tiga sumbu membentuk tiga bidang, yaitu bidang xy , bidang xz , dan bidang yz . Ketiga bidang tersebut membagi ruang dimensi tiga menjadi 8 daerah seperti pada gambar berikut.



Gambar 10
Daerah perpotongan pada ruang dimensi tiga



Gambar 11
Koordinat cartesius di R^3

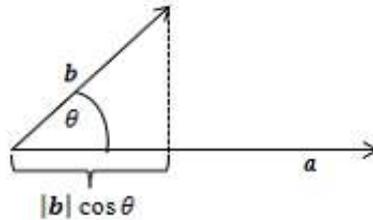
Sifat-sifat yang terdapat dalam operasi hitung vektor adalah sebagai berikut.

Jika a, b , dan c vektor-vektor di R^2 atau di R^3 dan k serta l skalar tak nol maka berlaku hubungan berikut.

1. $a + b = b + a$
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$
3. $a + 0 = 0 + a = a$
4. $a + (-a) = 0$
5. $k(la) = (kl)a$
6. $k(a + b) = ka + kb$
7. $(k + l)a = ka + la$
8. $1a = a$

Perkalian Skalar Dua Vektor

Perkalian skalar antara vektor a dan b didefinisikan suatu skalar yang sama dengan $|a||b| \cos \theta$ dengan θ adalah sudut antara vektor a dan b .



Gambar 12
 θ berada diantara vektor a dan b

Perkalian skalar antara a dan b dituliskan dengan notasi $a \cdot b$. Penggunaan notasi titik untuk menyatakan perkalian skalar menyebabkan perkalian skalar sering juga disebut sebagai perkalian titik. Jadi dari definisi tersebut diperoleh pengertian perkalian skalar sebagai berikut.

$$a \cdot b = |a||b| \cos \theta$$

CATATAN:

Sifat-sifat hasil kali skalar:

1. Dua vektor yang saling sejajar $a \cdot b = |a||b| \cos 0^\circ = |a||b|$
2. Dua vektor yang saling tegak lurus $a \cdot b = |a||b| \cos 90^\circ = 0$
3. Dua vektor yang berlawanan arah $a \cdot b = |a||b| \cos 180^\circ = -|a||b|$
4. Bersifat komutatif $a \cdot b = b \cdot a$
5. Bersifat distributif $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
6. $k(a \cdot b) = (ka) \cdot b = a \cdot (kb)$, k adalah konstanta
7. $a \cdot a = |a|^2$

Perkalian skalar dua vektor dalam bentuk komponen:

Jika $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ dan $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$

maka $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

KEGIATAN II

Berdasarkan uraian di atas, susunlah dua pertanyaan yang berhubungan dengan materi tersebut, dengan ketentuan:

- Pertanyaan yang kalian buat haruslah mempunyai penyelesaian.
- Kalian dapat membuat pertanyaan yang lebih bervariasi.
- Kemudian tulislah jawaban dari masing-masing pertanyaan kalian pada kertas lain atau di buku catatan.

Pertanyaan 1:

Pertanyaan 2:

Pertanyaan yang telah kalian buat diserahkan kepada kelompok lain dengan ketentuan:

- pertanyaan kelompok 1 diserahkan kepada kelompok 2
- pertanyaan kelompok 2 diserahkan kepada kelompok 3
- dan seterusnya

Jawaban 1:

Jawaban 2:

LATIHAN

1. Buktikan secara geometris bahwa
 - a. $a + (-a) = 0$
 - b. $k(la) = (kl)a$
 - c. $k(a + b) = ka + kb$
2. Tentukanlah vektor u dan v jika
$$u + 3v = (7, 2, -2) \text{ dan } 2u + 5v = (12, 0, -1)$$
3. Diketahui titik $A(7, 3, 6)$, $B(1, 0, 0)$, dan $C(3, 2, 1)$. Tentukan panjang \overline{AB} , \overline{AC} , dan \overline{BC} . Kemudian buktikanlah bahwa C terletak pada garis AB .
4. Diketahui titik $A(-6, -2, -4)$, $B(3, 1, 2)$, dan $(6, 2, 4)$. Tunjukkan bahwa titik A , B , dan C segaris (kolinier).

LEMBAR KEGIATAN SISWA 6

Materi: Sudut antar vektor.

Tujuan: setelah menyelesaikan LKS 6 dengan benar maka siswa akan mampu menentukan sudut antar vektor.



NAMA KELOMPOK

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Petunjuk:

1. Pelajari LKS 6 tentang materi sudut antar vektor.
2. Diskusikan dan bahas bersama dengan temanmu dalam kelompok.
3. Jika dalam kelompokmu belum diperoleh jawabannya dan mengalami kesulitan maka tanyalah pada guru, tetapi berusaha semaksimal mungkin terlebih dahulu.

KEGIATAN I

Pelajari Uraian Berikut!

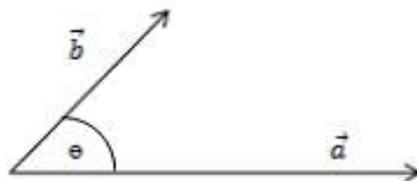
SUDUT ANTAR VEKTOR

Jika dua vektor \vec{a} dan \vec{b} bertemu pada suatu titik, maka sudut antara dua vektor tersebut adalah sudut yang dibentuk oleh kaki vektor \vec{a} dan kaki vektor \vec{b} . Sudut yang diambil adalah sudut terkecil.

Dari rumus:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$



Gambar 13
Sudut antara dua vektor

Diperoleh:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot a_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

Contoh:

Carilah besar sudut antara \vec{a} dan \vec{b} , bila $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ dan $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

Jawab:

Langkah penyelesaian untuk contoh di atas adalah:

1. Contoh di atas memberikan informasi adanya dua vektor berarah \vec{a} dan \vec{b} yang memiliki satuan-satuan $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ dan $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
2. Kedua vektor di atas akan dioalh untuk memperoleh besar sudut antara \vec{a} dan \vec{b}
3. Untuk memperoleh besar sudut \vec{a} dan \vec{b} maka digunakan rumus perkalian skalar antara \vec{a} dan \vec{b} , sehingga

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

4. Dari langkah (1) kita memperoleh vektor satuan-satuan dari vektor \vec{a} dan \vec{b}

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

5. Dari langkah (4) didapatkan:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -2 + 1 - 2 = -3$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{\sqrt{(1+1+4)} \sqrt{(4+1+1)}} = \frac{-3}{\sqrt{36}} = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = 120^\circ$$

KEGIATAN II

Berdasarkan uraian di atas, susunlah dua pertanyaan yang berhubungan dengan materi tersebut, dengan ketentuan:

- Pertanyaan yang kalian buat haruslah mempunyai penyelesaian.
- Kalian dapat membuat pertanyaan yang lebih bervariasi.
- Kemudian tulislah jawaban dari masing-masing pertanyaan kalian pada kertas lain atau di buku catatan.

Pertanyaan 1:

Pertanyaan 2:

Pertanyaan yang telah kalian buat diserahkan kepada kelompok lain dengan ketentuan:

- pertanyaan kelompok 1 diserahkan kepada kelompok 2
- pertanyaan kelompok 2 diserahkan kepada kelompok 3
- dan seterusnya

Jawaban 1:

Jawaban 2:

LATIHAN

Hitunglah besar sudut AOB jika :

1. $A(4, 2, -1)$ dan $B(2, -2, 4)$
2. $A(1, 0, 1)$ dan $B(0, 1, -1)$

DAFTAR PUSTAKA

- Brown, S. I. & Walter, M. I., 2005. *The art of problem posing (3rd ed)*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Muslihun dan pertiwi, Y. U. A. 2018. *Smart Book Matematika Peminatan MIPA SMA/MA Kelas X, XI, XII*. Jakarta: Grasindo.
- Silver, E. A., *et al.*, 1996. Posing mathematical problems: an exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (3), 293-309.
- Sinaga, B., dkk. 2017. *Matematika SMA//MA/SMK/MAK kelas X*. Jakarta: Kemendikbud.
- Sukino. 2014. *Matematika Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu Alam*. Jakarta: Erlangga
- Xia, X., Lu, C., & Wang, B., 2008. Research on mathematics instruction experiment based problem posing. *Journal of Mathematics Education*, 1 (1), 153-163.

SURAT PERNYATAAN

Yang bertandatangan dibawah ini :

N a m a : 1. Widha Nur Shanti, S.Pd. Si., M.Pd
2. Dyahsih Alin Sholihah, S.Pd., M.Pd.
3. Ahmad Anis Abdullah, S.Si., M.Sc.
Kewarganegaraan : Indonesia
Alamat : 1. Nglebeng RT/RW 01/00 Tamanan Banguntapan Bantul DIY
2. Sumoroto RT/RW 50/22 Sidoharjo Samigaluh Kulon Progo DIY
3. Bawuran 2 RT/RW 06/08 Bawuran Pleret Bantul DIY

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Karya Cipta yang saya mohonkan :
Berupa : Buku
Berjudul : RPP dan LKS Pendekatan *Problem Posing* Matematika Peminatan Materi Vektor untuk SMA Kelas X

Tidak meniru Karya Cipta atau Karya Intelektual milik pihak lain; dan

2. Karya Cipta yang saya mohonkan pada Angka 1 tersebut di atas : tidak pernah dan tidak sedang dalam sengketa Pidana dan / atau Perdata di Peradilan;
3. Dalam hal ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Angka 1 dan Angka 2 tersebut di atas kami langgar, maka kami bersedia secara suka rela bahwa :
 - a. Permohonan karya cipta yang kami ajukan dianggap ditarik kembali; atau
 - b. Karya Cipta yang telah terdaftar dalam Daftar Umum Ciptaan Direktorat Hak Cipta, Direktorat Jenderal Hak Kekayaan Intelektual, Kementerian Hukum Dan Hak Asasi Manusia R.I. dihapuskan sesuai dengan ketentuan perundang-undangan yang berlaku.

Demikian Surat pernyataan ini kami buat dengan sebenarnya dan untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Yogyakarta, 27 Mei 2019

Yang menyatakan,



1. Widha Nur Shanti, S.Pd. Si., M.Pd.
2. Dyahsih Alin Sholihah, S.Pd., M.Pd.
3. Ahmad Anis Abdullah, S.Si., M.Sc.